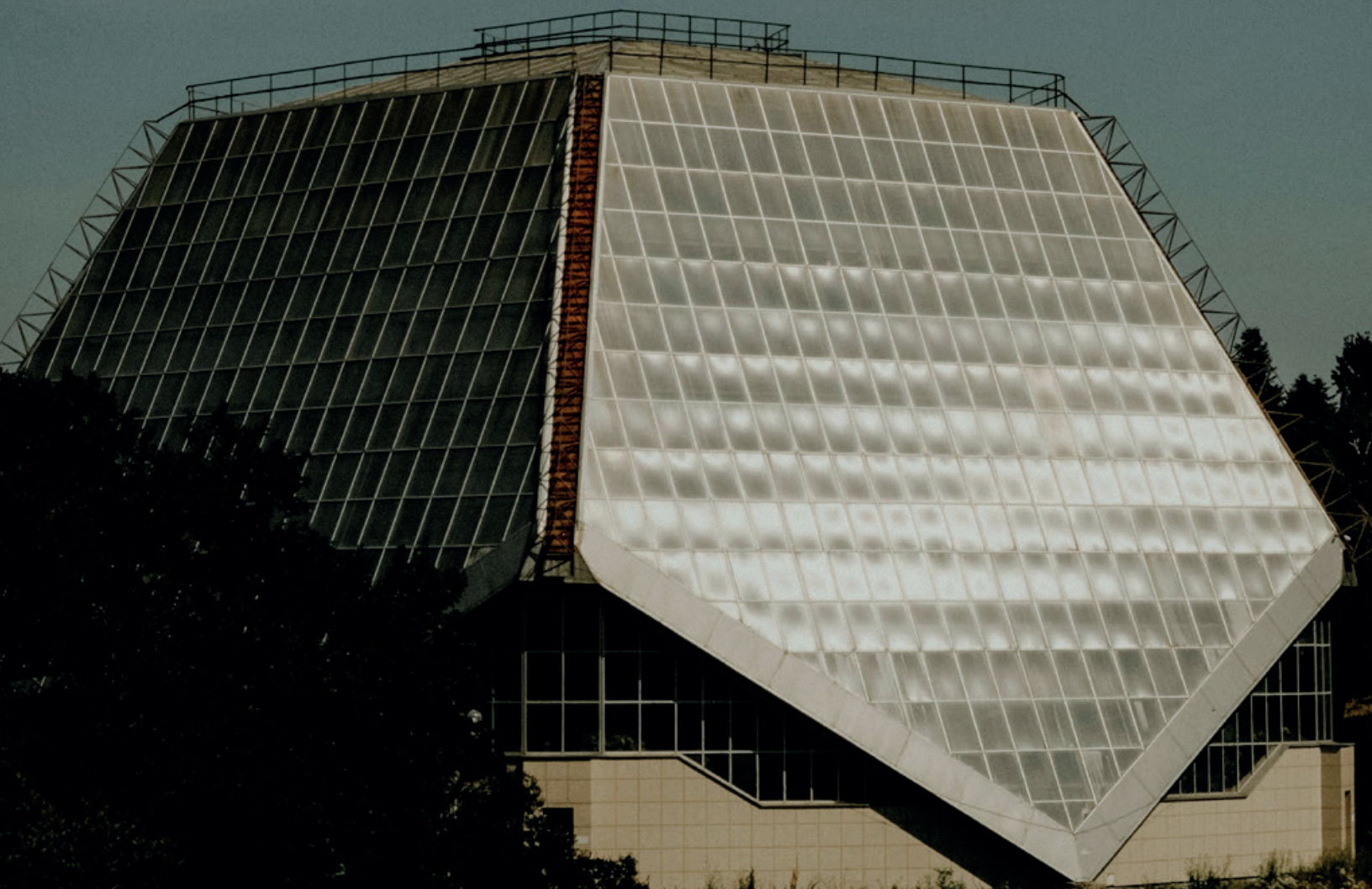


# **Modelo tridimensional de dodecaedro pentagonal Pentagonal docecahedron 3-d Model**



**Faustino Sánchez Pacheco**

*Biblioteca pública Santiago Acahualtepec.  
Alcaldía Iztapalapa. Ciudad de México.*

**José Francisco Romero Díaz**

*Estudiante de la Lic. Ingeniería electrónica.  
Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Iztapalapa.*

**M. en I. Othón Gandarilla Carrillo**

*Departamento de ingeniería Eléctrica.  
Universidad Autónoma Metropolitana. Unidad Iztapalapa.*

**Resumen:**

En este artículo se expone un modelo geométrico no euclidiano tridimensional del dodecaedro que por medio de intersecciones de circunferencias adyacentes que son proyectadas en una superficie esférica. Además se presentan las medidas para obtener el modelo y la descripción de las partes que lo conforman. Este modelo presenta la característica del dodecaedro pentagonal en superficie esférica en forma de repeticiones periódicas. La estructura periódica se puede estudiar como el modelo fractal que se repite en tres dimensiones. Las aplicaciones de este modelo en diferentes áreas del conocimiento humano como en biología celular ya que existen adenovirus con formación dodecaedro pentagonal. Un modelo de motor esférico que permite el movimiento dinámico de su superficie esférica permitiendo desplazar sobre su superficie el espacio que lo envuelve lo que le permite el desplazamiento sin dificultad. Un modelo de estructura contenedora de materia o energía que permite controlar de manera fácil la energía basándose en la teoría de la mecánica clásica y de la teoría de la relatividad general. Este es un trabajo apoyado en la teoría de cuerdas y campos. El movimiento dinámico del modelo permite el movimiento rotacional y traslacional por ser esférico.

**Palabras Clave:**

Simetría tridimensional, Dodecaedro pentagonal, Intersticios de unión de esferas,

**Abstract:**

This article presents a three-dimensional non-Euclidean geometric model of the dodecahedron that is projected by means of intersections of adjacent circles that are projected onto a spherical surface. The measurements to obtain the model are

presented. Description of the parts that comprise it. This model presents the characteristic of a pentagonal dodecahedron on a spherical surface in the form of periodic repetitions. The periodic structure can be studied as the fractal pattern that repeats itself on three dimensions. The applications of this model in different areas of human knowledge such as in cell biology since there are adenoviruses with pentagonal dodecahedron formation. A spherical motor model that allows the dynamic movement of its spherical surface, allowing the space that surrounds it to move on its surface, allowing it to move without difficulty. A model of a containing structure of matter that allows to easily control energy based on the theory of classical mechanics and the theory of general relativity. This is a work supported by string and field theory. The dynamic movement of the model allows rotational and translational movement because it is spherical.

**Keywords:**

Three-dimensional symmetry, Pentagonal dodecahedron, Sphere junction gaps,

**1. Introducción**

La importancia de la geometría plana y en el espacio ha permitido resolver diferentes problemas de la humanidad.

El dodecaedro es un poliedro regular convexo que consta de doce caras, las cuales son pentágonos regulares.

Al igual que en el resto de los poliedros regulares, en la geometría del dodecaedro destaca la simetría. Se trata de una simetría central en el que el centro de simetría es denominado centro geométrico del poliedro o centro de gravedad. El dodecaedro se forma por la intersección de

un conjunto de esferas que se encuentran alrededor de una esfera central. En este artículo se describe la intersección entre esferas formando conos, círculos, triángulos, trapecios y pentágonos.

## 2. Antecedentes.

### Revisión de literatura

En diferentes publicaciones se presenta el dodecaedro como uno de los sólidos platónicos. Estas formas geométricas consideradas por Platón son poliedros regulares y son convexos.

La característica de poliedro regular consiste en que todas sus caras son polígonos regulares y que todos sus ángulos sólidos son iguales entre sí.

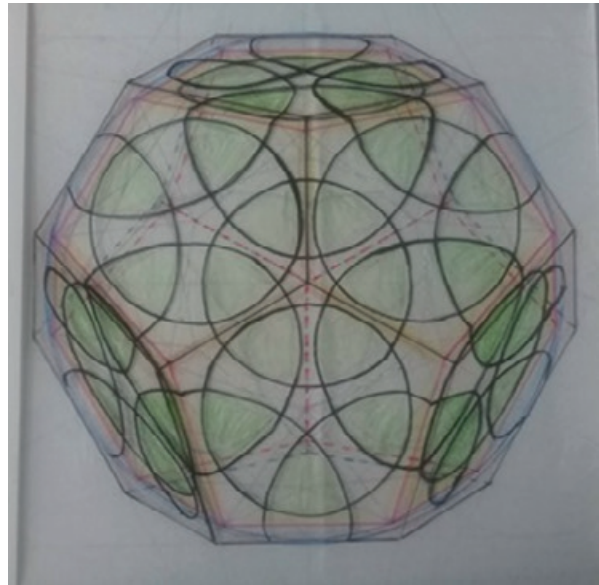
Platón nos describe en uno de sus diálogos “El Timeo” los sólidos platónicos, los cuales son el tetraedro, el cubo (o hexaedro), el octaedro, el dodecaedro e icosaedro. (Villegas-Méndez, 2012, p 2.)

El dodecaedro está formado por 12 caras pentagonales distribuidas con una cara en la parte superior, una cara en la cara inferior, cinco caras en hemisferio superior y cinco caras en hemisferio inferior del poliedro.

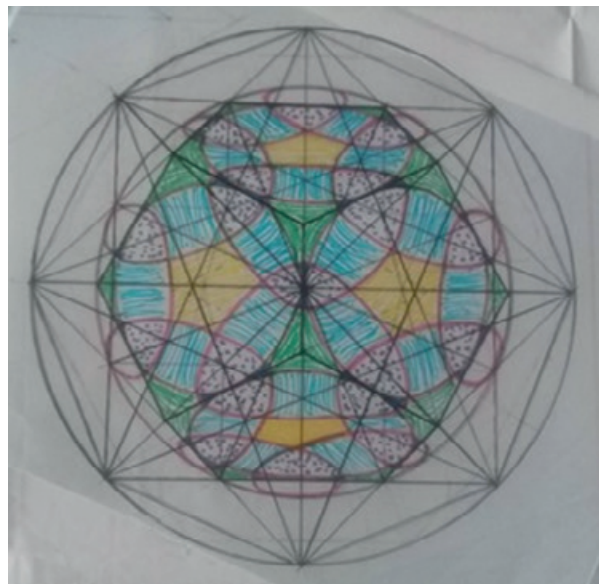
### 3. Construcción del modelo

En la figura 1 se muestra el modelo del dodecaedro aún cuando varían sus dimensiones se presenta en forma proporcional y no cambia sus propiedades geométricas representado por dos dodecágonos uno dentro del otro. Muestra los trazos de las circunferencias como intersección de las esferas adyacentes. En la figura 2 muestra al dodecaedro inmerso en las proyecciones de los centros de las esferas que se encuentran alrededor de los centros de las esferas se proyectan las circunferencias que inciden

en las caras pentagonales de los dodecaedros. Los centros de estas esferas coinciden en una esfera exterior haciendo un modelo repetitivo y fractal en tres dimensiones.



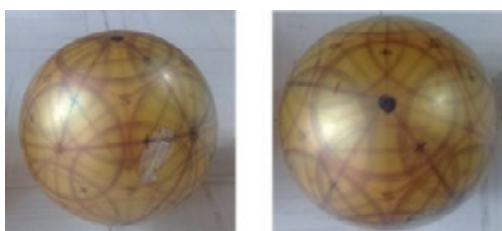
*Fig. 1. El dodecaedro con sus caras pentagonales mostrando sus caras del hemisferio superior e inferior.*



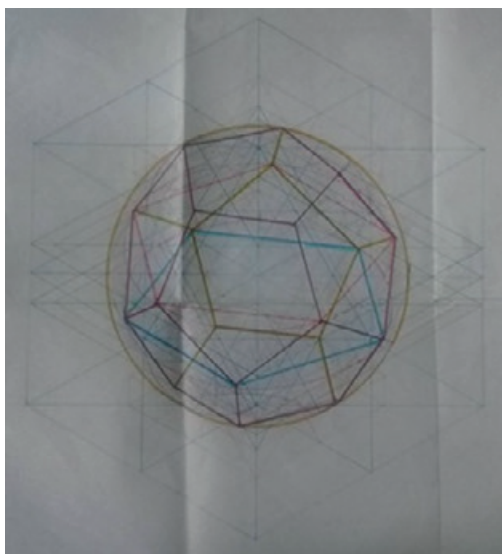
*Fig. 2. El dodecaedro es la base del modelo esférico.*

Es necesaria una esfera (pelota de vinil),

como ejemplo consideremos una de 20 cm de diámetro. En ella se procede trazar 12 circunferencias que se unirán tangencialmente entre ellas y el radio será la mitad del radio de la esfera base es decir 5 cm de radio. Esto permitirá el trazo de un dodecágono en la esfera que servirá para trazar otras circunferencias a partir de sus vértices con el fin de que haga intersección entre ellas como se muestra en la figura 3. Este trazo permitirá mostrar los cinco polígonos no euclidianos de las piezas poligonales que lo conforman. Tendrán unos intersticios entre ellas con el fin de entrelazarse y estos se originan aumentando y disminuyendo las circunferencias con las que se trazó el dodecágono.



*Fig. 3. Trazos de las circunferencias en una esfera. Vista lateral y superior.*

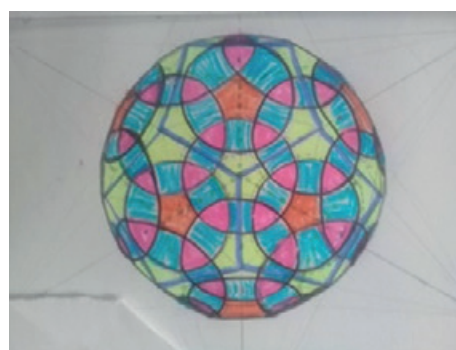


*Fig. 4. Proyección completa isométrica del dodecaedro. Se muestran los trazos del dodecaedro inmerso en la esfera dentro de un cubo.*

En una esfera se traza el polígono dodecaedro que es la base del modelo esférico.

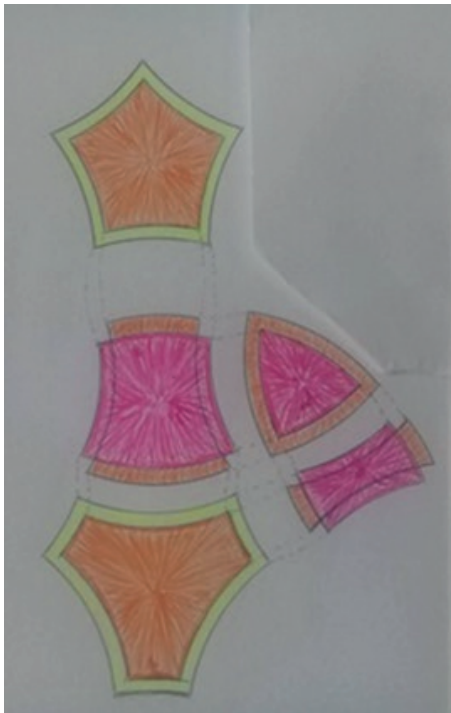
Al dibujar el polígono en la esfera se dibuja en cada cara una circunferencia que serán tangentes entre ellas y en los vértices del polígono se trazaran otras circunferencias iguales que intersecaron a las primeras, hay que considerar que estas deben estar a la misma distancia con respecto al diámetro de la esfera base. En la figura 4 se muestra el modelo esférico que contiene a los puntos o vértices cuyos centros son simétricos. Estos puntos se unifican a su vez en el centro de origen del diseño esférico. La unificación de los puntos permite desarrollar las proyecciones de las circunferencias tangenciales y adyacentes conformando los entrelazamientos de ellas mismas. Las proyecciones de los conos también tienden al origen.

Este trazo muestra cinco figuras con una geometría no euclidianas y simétrica a partir de su centro y que unifica el modelo esférico en su superficie. Como se muestra en la figura 6. En la intersección de las esferas se forman intersticios al intersecarse las circunferencias en los casquetes se forman los intersticios.



*Fig. 5. El trazo del dodecaedro en la esfera muestra las intersecciones de las esferas adyacentes formando circunferencias, hexágonos, pentágonos, triángulos, trapecios y triángulos con sus lados curvos.*

Las figuras son: un triángulo escaleno con lados curvos, un trapecio con sus lados curvos, un hexágono con tres lados chicos y tres grandes curvos, un pentágono con lados curvos y un rectángulo con lados curvos. Estas se entrelazan con unos intersticios y muestran el sentido direccional a partir de su origen o centro esférico.



*Fig. 6. Se muestran los intersticios que dejan la unión de las 5 esferas.*

#### 4. Simetría tridimensional

La simetría tridimensional se define a partir de este diseño geométrico hecho en una superficie esférica. En ella se trazan circunferencias que forman el polígono dodecaedro y que sirve como base para mostrar las caras y vértices de este, que son el origen de las circunferencias. Las primeras circunferencias trazadas en cada una de sus caras tendrán que ser tangenciales entre ellas y las otras surgen en los vértices.

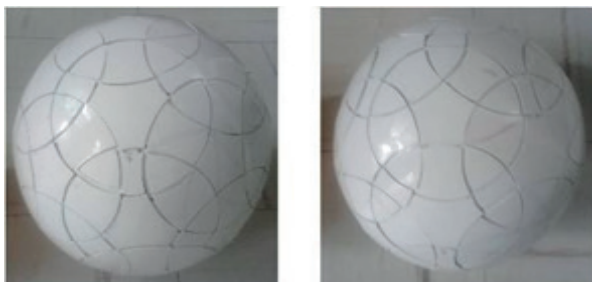
En la figura 9 se describe el trazo de dos circunferencias de 20 cm de diámetro que están unidas en un punto tangencial y que se intersecan posteriormente. La intersección tendrá una longitud de 10 cm como línea divisoria entre ellas y que forman sus casquetes.

Estos se relacionan con el pentágono que se traza en una de las circunferencias y con una vista superior como se muestra en el dibujo. Trazando la circunferencia de 10 cm de diámetro que muestra el pentágono en la circunferencia de 20 cm de diámetro de la derecha a partir de su centro, como también se toma uno de los lados del pentágono que será perpendicular al centro de la otra circunferencia.



*Fig. 7. Vista superior e inferior de las intersecciones de las esferas mostrando con un equilibrio en el arreglo de esferas alrededor de la esfera central.*

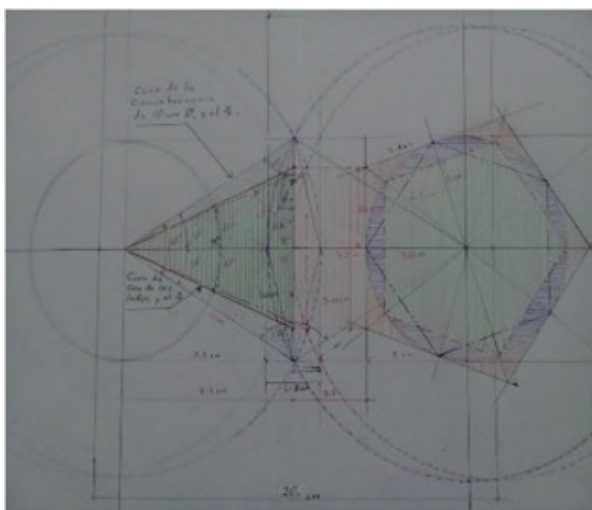
Estos trazos determinan el cono y el ángulo del pentágono que forma el casquete con respecto al centro de la circunferencia de 20 cm de diámetro y que es adyacente, como también el cono y el ángulo de uno de los lados del pentágono con respecto al centro de la circunferencia adyacente de 20 cm de diámetro y que muestran sus respectivas medidas.



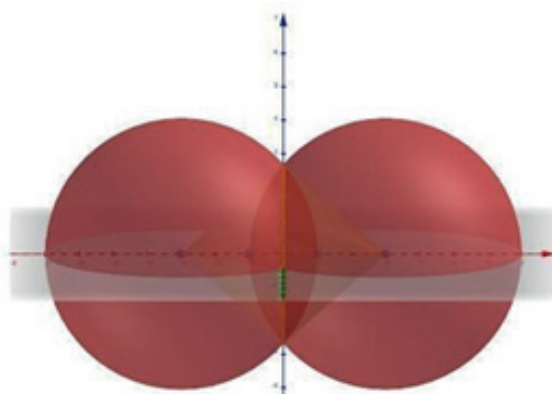
*Fig. 8. Dos vistas del modelo esférico construido en acrílico señalando las intersecciones entre esferas.*

### 5. Información del diseño esférico

El diseño esférico describe una simetría y geometría entrelazada que es tridimensional. Presenta polígonos geométricos euclidianos y no euclidianos desde su espacio interior esférico, mostrando estos con caras y aristas planas y lineales; como de caras y aristas curvadas. El diseño muestra un dodecaedro que coincide con una esfera.



*Fig. 9. Trazos del cono que se forma en la intersección de las esferas y el ángulo que forman.*



*Fig. 10. Modelo por medio del software libre GeoGebra de dos esferas que se intersecan formando un cono del centro de la esfera a la circunferencia de intersección.*

El polígono platónico dodecaedro será trazado en toda la superficie de una esfera. En sus caras pentagonales se trazan circunferencias que serán tangenciales entre ellas con el fin de ser interceptadas por otras del mismo tamaño partiendo de los vértices del polígono dodecaedro trazado. En todas las circunferencias trazadas en la superficie esférica se considerarán sus centros los puntos que parten del centro del origen de la esfera a la superficie de ésta. La superficie esférica tiende a aumentar o disminuir con respecto al centro del origen y forma el cono. Todas las circunferencias inscritas en la superficie esférica serán la similitud de las líneas equidistantes en su geometría de un plano a circunferencias en un plano esférico. Las áreas de las circunferencias serán simétricas al centro de origen y paralelas entre ellas y que a su vez unifica las circunferencias en un punto. De donde se puede deducir que todo espacio en una superficie esférica es equidistante, topológico y homomorfo a su origen.

## 6. Cálculo

El modelo del dodecágono consiste en la estructura de doce esferas tangentes con una esfera central.

En el centro existe una esfera central y se incrustan doce esferas una esfera en el cenit (por encima) de la esfera central otra en el nadir (por debajo) de la esfera central. Cinco esferas se colocan en el casquete superior con una elevación de 30 grados a partir del plano xy. Cinco esferas se colocan en el casquete inferior con una inclinación hacia abajo de 30 grados a partir del plano xy. Las esferas del casquete superior y del casquete inferior deben tener una diferencia de 36.5 grados que es la separación angular entre esferas de 360 grados entre 5 son 72 grados entre sí de las esferas de arriba y de las esferas de abajo. La diferencia entre las de arriba y abajo son 72 grados entre dos.

### 6.1. Modelo matemático

La descripción del modelo matemático consiste en las ecuaciones de las esferas de mismo radio que se colocan a una posición donde se intersecan entre sí las esferas.

Tomando en cuenta la intersección entre esferas adyacentes forman un dodecaedro con concavidad hacia su centro. La esfera del centro con diámetro de un cuarto de la esfera del centro que la contiene. Las ecuaciones son las siguientes:

La esfera del centro:

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{R_1}{4} \quad (15)$$

La esfera adyacente inferior:

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z - a1)^2 = R_1 \quad (17)$$

La esfera adyacente superior:

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 + (z + a1)^2 = R_1 \quad (18)$$

Las 5 esferas en el hemisferio inferior:

$$(x + a1 * \cos(0 * \text{teta}72))^2 + (y + a1 * \sin(0 * \text{teta}72))^2 + (z - a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (19)$$

$$(x + a1 * \cos(1 * \text{teta}72))^2 + (y + a1 * \sin(1 * \text{teta}72))^2 + (z - a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (20)$$

$$(x + a1 * \cos(2 * \text{teta}72))^2 + (y + a1 * \sin(2 * \text{teta}72))^2 + (z - a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (21)$$

$$(x + a1 * \cos(3 * \text{teta}72))^2 + (y + a1 * \sin(3 * \text{teta}72))^2 + (z - a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (22)$$

$$(x + a1 * \cos(4 * \text{teta}72))^2 + (y + a1 * \sin(4 * \text{teta}72))^2 + (z - a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (23)$$

Las 5 esferas en el hemisferio superior:

$$(x + a1 * \cos(0 * \text{teta}108))^2 + (y + a1 * \sin(0 * \text{teta}108))^2 + (z + a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (24)$$

$$(x + a1 * \cos(1 * \text{teta}108))^2 + (y + a1 * \sin(1 * \text{teta}108))^2 + (z + a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (25)$$

$$(x + a1 * \cos(2 * \text{teta}108))^2 + (y + a1 * \sin(2 * \text{teta}108))^2 + (z + a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (26)$$

$$(x + a1 * \cos(3 * \text{teta}108))^2 + (y + a1 * \sin(3 * \text{teta}108))^2 + (z + a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (27)$$

$$(x + a1 * \cos(4 * \text{teta}108))^2 + (y + a1 * \sin(4 * \text{teta}108))^2 + (z + a1 * \cos(\text{teta}60))^2 = R_1 \quad (28)$$

De estas ecuaciones podemos calcular los centros de cada esfera de los casquetes superior e inferior (sin contar las esferas en

el cenit y nadir), quedando los puntos de la siguiente forma:

$$P1[a1*\cos(0*teta72), a1*\sin(0*teta72), -a1*\cos(teta60)]$$

$$P2[a1*\cos(0*teta108), a1*\sin(0*teta108), a1*\cos(teta60)]$$

$$P3[a1*\cos(1*teta72), a1*\sin(1*teta72), -a1*\cos(teta60)]$$

$$P4[a1*\cos(1*teta108), a1*\sin(1*teta108), a1*\cos(teta60)]$$

$$P5[a1*\cos(2*teta72), a1*\sin(2*teta72), -a1*\cos(teta60)]$$

$$P6[a1*\cos(2*teta108), a1*\sin(2*teta108), a1*\cos(teta60)]$$

$$P7[a1*\cos(3*teta72), a1*\sin(3*teta72), -a1*\cos(teta60)]$$

$$P8[a1*\cos(3*teta108), a1*\sin(3*teta108), a1*\cos(teta60)]$$

$$P9[a1*\cos(4*teta72), a1*\sin(4*teta72), -a1*\cos(teta60)]$$

$$P10[a1*\cos(4*teta108), a1*\sin(4*teta108), a1*\cos(teta60)]$$

De estos puntos proponemos que  $R1=3.75$  [cm] tendremos que:

$$a1 = \left(\frac{R1}{4}\right) + R1 = 4.6875 \text{ [cm]}$$

Donde  $teta60$  son 60 grados,  $teta72$  son 72 grados y  $teta108$  son 108 grados. Sustituyendo estos valores y haciendo el cálculo para cada uno de los centros de las esferas antes mencionadas, tenemos:

$$P1[4.6875, 0, -2.34675]$$

$$P2[3.792267161, 2.75524337, 2.34375]$$

$$P3[1.448517161, 4.45807742, -2.34375]$$

$$P4[-1.448517161, 4.45807742, 2.34375]$$

$$P5[-3.792267161, 2.75524337, -2.34375]$$

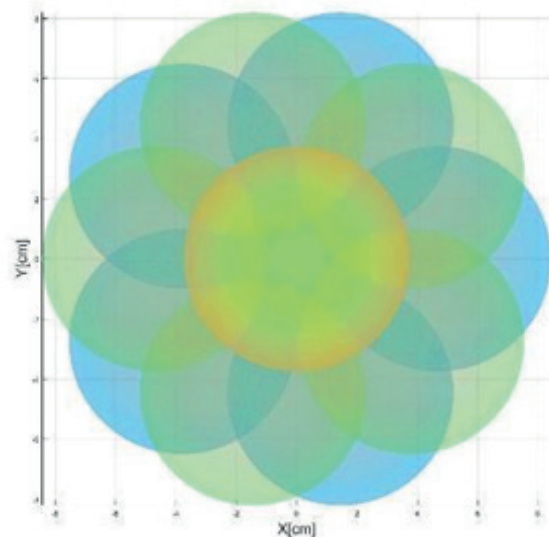
$$P6[-4.6875, 0, 2.34375]$$

$$P7[-3.792267161, -2.75524337, -2.34375]$$

$$P8[-1.448517161, -4.45807742, 2.34375]$$

$$P9[1.448517161, -4.45807742, -2.34375]$$

$$P10[3.792267161, -2.75524337, 2.34375]$$



*Fig. 11. Esferas tangentes con el modelo de la esfera del centro de radio de un cuarto del radio de las demás esferas por medio del software MATLAB de Mathworks.*

La ubicación de las esferas se coloca a una distancia tal que las dos intersecciones entre las dos esferas formen con los dos centros de las esferas un ángulo de 72 grados que es



la base de los lados del dodecágono pentagonal. Del radio de la esfera a la intersección son 36 grados. La distancia de penetración entre las dos esferas es delta la distancia entre los puntos de las circunferencias colineales a los centros de las esferas.

$$\Delta = 2R_1 - 2O \quad (29)$$

$R_1$  es el radio de la esfera.

$O$  es la distancia de la línea que une a las intersecciones al centro de las esferas.

$$O = R_1 \cos\left(\frac{\theta_p}{2}\right)$$

$\theta_p$  es el ángulo que forman los lados del pentágono con su centro, es decir, 72 grados.

Los valores del ángulo  $\theta_p$  y  $\Delta$  se observan en la siguiente figura.

El conjunto de esferas unidas y que se intersecan con la esfera contigua se muestra en la siguiente figura.

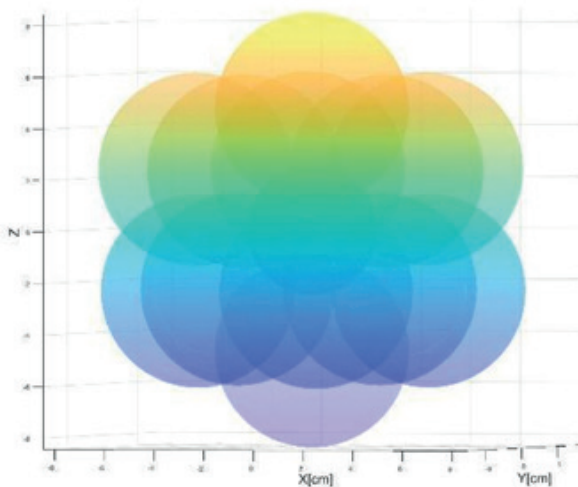


Fig.12. Perspectiva de las esferas que se unen formando el dodecaedro por medio del software MATLAB de Mathworks.

En referencia a la formación del dodecaedro es una figura que se presenta en la naturaleza y proponemos que este modelo matemático puede describir a estos sistemas que no se identifica en su estudio.

El dodecaedro se obtiene de la unión de los puntos de los centros de cada una de las esferas superiores e inferiores (exceptuando las esferas superior e inferior de la esfera del centro de ejes) dicha unión se realiza por medio de rectas. El cálculo de estas rectas se puede obtener mediante los puntos descritos de los centros de las esferas.

Las rectas se van uniendo entre sí, para esto debemos hacer que un par de puntos sea el punto final y punto inicial de la recta, un ejemplo es decir que los puntos P1 y P2 serían el punto inicial y final respectivamente. De esta manera se va haciendo para cada par de puntos, de tal forma que cuando lleguemos al punto P10 llegue como punto final el punto P1. Los cálculos para dichas rectas (de acuerdo con la propuesta que  $R_1 = 3.75$  [cm]) serían:

P1 a P2

Calculamos el vector  $\overrightarrow{P1P2}$  (no es más que la resta del punto final menos el inicial) entonces el vector es:

$$\overrightarrow{P1P2} = P2 - P1 = [3.792267161 - 4.6875, 2.75524337 - 0, 2.34375 + 2.34675]$$

$$\overrightarrow{P1P2} = [-0.895232839, 2.75524337, 4.6875]$$

Ecuación vectorial:

La ecuación vectorial se representa por medio del punto inicial de la recta más el vector por un parámetro  $\lambda$  tal como se muestra a continuación:

$$(x,y,z) = P_i + \lambda * (\overrightarrow{P_i P_j}) = (4.6875, 0, -2.34675) + \lambda * (-0.895232839, 2.75524337, 4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

Se desarrolla por medio de la vectorial componente por componente tal como se muestra a continuación:

$$x = 4.6875 - \lambda 0.895232839$$

$$y = 2.75524337\lambda$$

$$z = -2.34675 + 4.6875\lambda$$

De esta forma lo hacemos para todos los pares de puntos.

P2 a P3

$$\text{Vector } \overrightarrow{P2P3} = P3 - P2$$

$$\overrightarrow{P2P3} = [-2.34375, 1.70283405, -4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (3.792267161, 2.75524337, 2.34375) + \lambda * (-2.34375, 1.70283405, -4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = 3.792267161 - 2.34375*\lambda$$

$$y = 2.75524337 + 1.70283405*\lambda$$

$$z = 2.34375 - 4.6875*\lambda$$

P3 a P4

$$\text{Vector } \overrightarrow{P3P4} = P4 - P3$$

$$\overrightarrow{P3P4} = [-2.89703432, 0, 4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (1.448517161, 4.45807742, -2.34375) + \lambda * (-2.89703432, 0, 4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = 1.448517161 - 2.89703432*\lambda$$

$$y = 4.45807742 + 0*\lambda$$

$$z = -2.34375 + 4.6875*\lambda$$

P4 a P5

$$\text{Vector } \overrightarrow{P4P5} = P5 - P4$$

$$\overrightarrow{P3P4} = [-2.34375, -1.70283405, -4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (-1.448517161, 4.45807742, 2.34375) + \lambda * (-2.34375, -1.70283405, -4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = -1.448517161 - 2.34375*\lambda$$

$$y = 4.45807742 - 1.70283405*\lambda$$

$$z = 2.34375 - 4.6875*\lambda$$

P5 a P6

$$\text{Vector } \overrightarrow{P5P6} = P6 - P5$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [-0.89523284, -2.75524337, 4.6875]$$

Ecuación Vectorial:

$$(x,y,z) = (-3.792267161, 2.75524337, -2.34375) + \lambda * (-0.89523284, -2.75524337, 4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = -3.792267161 - 0.89523284 \cdot \lambda$$

$$y = 2.75524337 - 2.75524337 \cdot \lambda$$

$$z = -2.34375 + 4.6875 \cdot \lambda$$

P6 a P7

$$\text{Vector } \overrightarrow{P6P7} = P7 - P6$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [0.89523284, -2.75524337, -4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (-4.6875, 0, 2.34375) + \lambda \cdot (0.89523284, -2.75524337, -4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = -4.6875 + 0.89523284 \cdot \lambda$$

$$y = 0 - 2.75524337 \cdot \lambda$$

$$z = 2.34375 - 4.6875 \cdot \lambda$$

P7 a P8

$$\text{Vector } \overrightarrow{P7P8} = P8 - P7$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [2.34375, -1.70283405, 4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (-3.792267161, -2.75524337, -2.34375) + \lambda \cdot (2.34375, -1.70283405, 4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = -3.792267161 + 2.34375 \cdot \lambda$$

$$y = -2.75524337 - 1.70283405 \cdot \lambda$$

$$z = -2.34375 + 4.6875 \cdot \lambda$$

P8 a P9

$$\text{Vector } \overrightarrow{P8P9} = P9 - P8$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [2.89703432, 0, -4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (-1.448517161, -4.45807742, 2.34375) + \lambda \cdot (2.89703432, 0, -4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = -1.448517161 + 2.89703432 \cdot \lambda$$

$$y = -4.45807742 + 0 \cdot \lambda$$

$$z = 2.34375 - 4.6875 \cdot \lambda$$

P9 a P10

$$\text{Vector } \overrightarrow{P9P10} = P10 - P9$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [2.34375, 1.70283405, 4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (1.448517161, -4.45807742, -2.34375) + \lambda \cdot (2.34375, 1.70283405, 4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = 1.448517161 + 2.34375 \cdot \lambda$$

$$y = -4.45807742 + 1.70283405 \cdot \lambda$$

$$z = -2.34375 + 4.6875 \cdot \lambda$$

P10 a P1

$$\text{Vector } \overrightarrow{P10P1} = P10 - P1$$

$$\overrightarrow{P4P5} = [0.89523284, 2.75524337, -4.6875]$$

Ecuación vectorial:

$$(x,y,z) = (3.792267161, -2.75524337, 2.34375) + \lambda \cdot (0.89523284, 2.75524337, -4.6875)$$

Ecuación paramétrica:

$$x = 3.792267161 + 0.89523284 \cdot \lambda$$

$$y = -2.75524337 + 2.75524337 \cdot \lambda$$

$$z = 2.34375 - 4.6875 \cdot \lambda$$

Graficando todo el conjunto de rectas paramétricas podemos obtener el dodecaedro. Tal como se muestra en la figura 13, cabe mencionar que los puntos de intersección de las rectas refieren a un centro de alguna esfera.

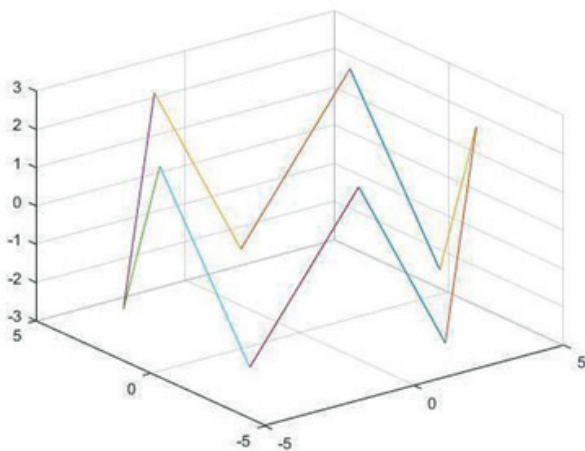


Fig. 13 Rectas paramétricas graficadas por medio del software MATLAB de Mathworks.

Los vértices de las rectas son los centros de las esferas que se muestran en la figura 14.

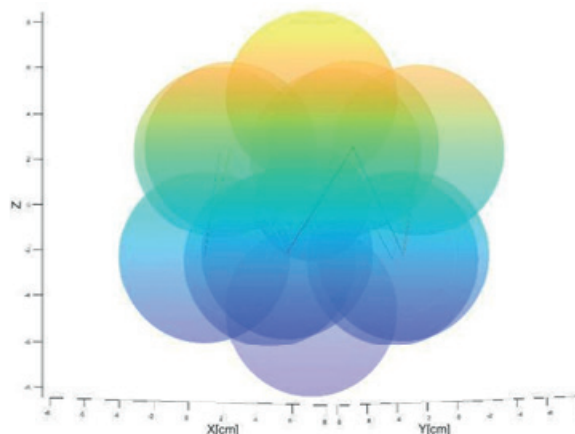


Fig. 14 Gráfica de las esferas con las rectas paramétricas de sus centros por medio del software MATLAB de Mathworks.

Las rectas que unen a los centros de las esferas forman las aristas del dodecaedro que se presentan en una vista frontal como se muestra en la figura 15.

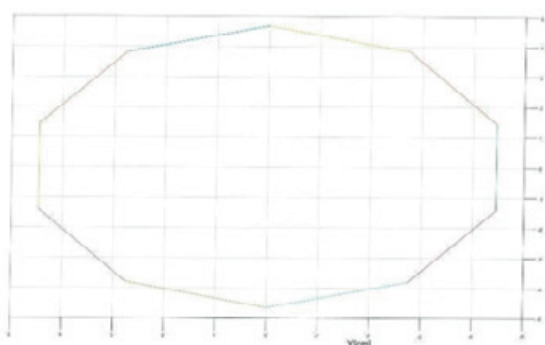


Fig. 15 Vista superior de las rectas paramétricas formando las aristas del dodecaedro por medio del software MATLAB de Mathworks.

### 7 Aplicación de la geometría del dodecaedro

En la naturaleza existe la formación de cristales en gases y líquidos formando estructuras regulares. Se han identificado dodecaedros con lados pentagonales en diferentes composiciones químicas como los hidratos de gas natural que son sólidos cristalinos compuestos por agua y un gas

natural [1] (Romero Ramírez, 2019, pp. 2-8). La importancia del modelo geométrico es por su la presencia de ésta geometría en éstos compuestos.

El conjunto de esferas considerando que tengan un giro cada una de ellas forman un giróscopo. Si las esferas son cargadas con cargas eléctricas positivas y negativas. En el diseño se presenta un equilibrio de cargas eléctricas positivas y negativas distribuidas alrededor de la esfera central. Las medidas de las esferas en giróscopo se proponen el diámetro de la esfera del centro es de una parte del diámetro de las esferas contiguas a ésta. Las esferas contiguas son tangentes. Los centros de las esferas que pasan por los puntos tangentes entre esferas forman un pentágono. Las esferas contiguas forman un dodecaedro externo en el giróscopo [Akio Gofuku, 2012, p. 905]. El diseño esférico permite un movimiento en la superficie del giróscopo acercándose al modelo del motor Warp propuesto por Alcubierre. El diseño desplaza el espacio a su alrededor. El movimiento permite una cohesión entre las esferas. Al desplazarse arroja energía y absorbe energía equilibrada para poderse impulsar. (Alcubierre, 1994)

Los adenovirus son ejemplos en su estructura de una formación geométrica del dodecaedro. La cohesión y adherencia de las moléculas en su composición forman las diferentes partes del dodecaedro incluyendo la fibra situada en los vértices del dodecaedro. (Besson, 2020, pp 1-4) El modelo permitirá arrojar información de estos virus y que ofrezca avances en biología y medicina.

## 8. Resultados y Discusión

El conjunto de esferas en una determinada posición comparte su volumen con es-

feras adyacentes y en su unión forman un dodecaedro formando planos en las intersecciones de las esferas contiguas.

El dodecaedro tiene la propiedad de ser un poliedro regular y uno de los cinco sólidos platónicos que en la configuración de las esferas la esfera contigua se convierte en la esfera del centro donde las esferas adyacentes forman el dodecaedro en esta esfera y así sucesivamente siendo esta una estructura periódica de tres dimensiones.

3.- Existe total relación del dodecaedro obtenido de la unión de las esferas a la formación en diferentes estructuras moleculares como en los gases y en los adenovirus. El conjunto de ecuaciones es una descripción matemática de estas formaciones en la naturaleza.

## 9. Conclusiones

En el presente trabajo se construyó la simetría del dodecaedro con la finalidad de observar su comportamiento a partir de la formación de esferas. Se analizó la estructura del modelo tridimensional, a fin de dar una descripción más de tallada de la obtención del modelo y las partes que la conforman, como lo es el modelo del dodecágono, por medio de las ecuaciones de las esferas. El modelo geométrico no euclidiano tridimensional del polígono dodecaedro se expone por medio de intersecciones de circunferencias adyacentes y proyectadas en la superficie esférica que permiten el entrelazamiento.

Es importante mencionar que lo substancial de la exposición del modelo son las figuras poligonales no euclidianas formadas en la superficie esférica. Las esferas se forman dentro del modelo geométrico y permiten localizar los centros de estas. El

entrelazamiento de estas permite un movimiento dinámico con giro independiente en cada uno de sus vértices. La representación gráfica del modelo fue el cálculo matemático elaborado para ubicar cada uno de los vértices y determinar todas las propiedades geométricas no euclidianas en su superficie esférica como los intersticios de cada una de las figuras poligonales.

Con el objetivo de dilucidar las ideas del modelo del dodecágono se implementó el modelo matemático de la estructura de las 12 esferas en el software MATLAB, dicho software fue fundamental para analizar y observar el posicionamiento entre estas de forma tangente para formar un dodecaedro con concavidad hacia su centro.

## 10. Referencia

[1] Villegas-Méndez A, Fender P, Garin MI, Rothe R, Liguori L, Marques B, et al. (2012) *Functional Characterisation of the WW Minimal Domain for Delivering Therapeutic Proteins by Adenovirus Dodecahedron*. PLoS ONE 7(9): e45416. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0045416>

*doi.org/10.1371/journal.pone.0045416*  
Consultado en enero de 2021

[2] Romero Ramirez, Iván. “Simulaciones moleculares de hidrato de Carbono. Inhibición de formación de clatratos por vinilcaprolactama” Tesis de Maestría, Universidad Autónoma del Estado de Morelos. México. Nov. 2019. Consultado en enero de 2021

[3] Gofuku, Akio et al. ‘Development of a Spherical Stepping Motor Rotating Around Six Axes’. 1 Jan. 2012 : 905 – 911. Consultado en marzo de 2022

[4] M. Alcubierre, “The warp drive: hyperfast travel within general relativity,” *Classical and Quantum Gravity*, vol. 11, p. L73, 1994. Consultado en marzo de 2022

[5] Besson, S., Vragliau, C., Vassal-Stermann, E., Dagher, M. C., & Fender, P. (2020). *The Adenovirus Dodecahedron: Beyond the Platonic Story*. *Viruses*, 12(7), 718. <https://doi.org/10.3390/v12070718>  
Consultado en marzo de 2022