

An aerial photograph of the ocean showing a complex pattern of white foam from breaking waves against a deep blue background. The foam forms intricate, interconnected shapes across the entire frame.

El océano, la física y la aproximación de Stommel

Dr. Jorge Castro López
Bárbara Zavala Trujillo
Instituto de Recursos, Campus Puerto Ángel, Universidad del Mar

Resumen

Henry Stommel (1948) propone el primer modelo matemático para explicar la circulación superficial del agua en el océano Atlántico norte, este modelo se caracteriza por su sencillez y elegancia para desarrollar su ecuación dictaminante, lo que se considera en este trabajo como una ventaja y una ventana de oportunidades para un primer acercamiento a la oceanografía física a estudiantes de ciencias e ingenierías. Stommel usa las ecuaciones básicas de la dinámica de fluidos, el efecto Coriolis y los esfuerzos del viento, por lo que, el objetivo de este trabajo es presentar de manera desglosada estos principios físicos, así como los conceptos y herramientas matemáticas para proporcionar una práctica pedagógica actualizada.

Palabras clave: Atlántico norte, práctica pedagógica, oceanografía física, Coriolis.

Abstract

Henry Stommel (1948) proposes the first mathematical model to explain the surface circulation of water in the North Atlantic Ocean, this model is characterized by its simplicity and elegance to develop its governing equation, which is considered in this work as an advantage and a window of opportunities for a first approach to physical oceanography for science and engineering students. Stom-

mel uses the basic equations of fluid dynamics, the Coriolis effect and the efforts of the wind, hence so, the objective of this work is to present these physical principles in a detail way, as well as the mathematical concepts and tools to provide a pedagogical practice.

Keywords: North Atlantic, pedagogical practice, physics oceanography, Coriolis.

Introducción

En el Atlántico norte, y en las grandes cuencas, la circulación superficial del agua del océano se conforma por un circuito cerrado o giro, y algo importante que se ha observado en esta circulación superficial es la asimetría que existe en las corrientes de la frontera este con respecto de las de la frontera oeste, Figura 1. Se ha documentado (Salmon, 1998) que las corrientes de la frontera oeste, son corrientes intensas, angostas y profundas que fluyen hacia el norte, transportando aguas cálidas a los polos; en cambio, las corrientes de la frontera este, son amplias, someras y débiles, que fluyen hacia el sur transportando agua fría. Pero ¿cuál es la razón de que exista esta asimetría? En este trabajo se pretende aprovechar el modelo realizado por Henry Stommel en 1948 para hacer un acercamiento e introducción al estudio de la física que explica esta asimetría en las corrientes.

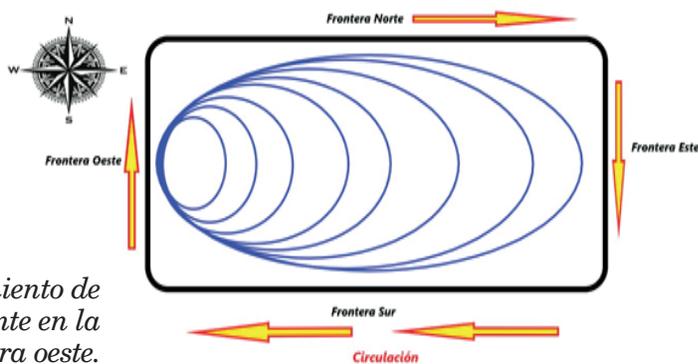


Figura 1. Apilamiento de las líneas de corriente en la frontera oeste.



Figura 2. Corriente del Golfo (1), Corriente de las Canarias (2), Corriente Ecuatorial (3)

Antecedentes oceanográficos

En la Figura 1, se aprecia que la circulación superficial de los océanos forman un giro, el cual, es conocido como giro oceánico. El fenómeno del apilamiento de las líneas de corriente en la frontera oeste, que corresponde a una intensificación del flujo se presenta tanto en el océano Atlántico como en el océano Pacífico. En el Atlántico norte a la corriente que representa este fenómeno se le conoce como Corriente del Golfo y a la corriente del Pacífico norte se le conoce como Corriente de Kuroshio. El giro del Atlántico norte está conformado, entonces, por la corriente del Golfo, la cual gira en dirección de las manecillas del reloj y comprende la frontera oeste y la frontera norte; la corriente de las Canarias que se desplaza hacia el sur a lo largo de la frontera este, y la corriente Ecuatorial norte, que se desplaza de este a oeste a lo largo de la frontera sur. La Figura 2 muestra el Giro del atlántico norte con sus fronteras naturales.

En la figura 3 se muestra la estructura vertical del Giro del Atlántico Norte en donde se aprecia que la corriente de Golfo (que transporta aguas cálidas al Norte) es profunda y con la longitud del vector queremos indicar que es más rápida que

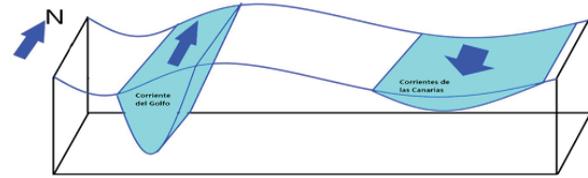


Figura 3. Estructura vertical del Giro del Atlántico norte.

la corriente de las Canarias; ahora por otro lado, la corriente de las Canarias, la cual lleva aguas más frías hacia el Sur, es somera, ancha y lenta. También se puede observar que la superficie del océano forma una especie de montaña, esto es, que dentro del giro hay un acumulamiento de agua que modifica el nivel del mar.

Un poco de historia del Giro del Atlántico norte

Las primeras observaciones registradas para la corriente Ecuatorial del norte se realizaron desde los primeros viajes transatlánticos de Cristóbal Colón, ya que es en sus cuadernos de bitácora donde relata lo siguiente: “cerca del ecuador terrestre por asegurado que las aguas van con los cielos” (Von Humboldt, 1949) es decir, que las aguas en el océano se mueven de este a oeste como el aparente movimiento del Sol, la luna y los demás astros. Después, en 1512 Antón de Alaminos (Garrison, 2006) quien conducía las naves de Juan Ponce de León descubre la corriente del Golfo, de la cual describe que conduce aguas calidas de latitudes bajas a latitudes altas; el mismo Ponce de León escribe lo siguiente cuando se dirigía de la Florida al sur: “El día siguiente, yendo por el borde de la mar los tres navíos, vieron una corriente que, aunque tenían viento largo, no podían andar adelante, sino atrás; y al fin se conoció que era tanta la corriente, que podía más que el viento. Los dos na-

víos que se hallaban más cerca de tierra fondearon, pero era tan grande la corriente, que hacía rehilar los cables [del ancla]” (Garrison, 2006). En 1515 Pedro Mártir de Anglería (1457-1526) dice que dicha corriente recorre el mar de las Antillas y el Golfo de México para finalmente llegar a las costas de Irlanda, las islas Hébridas y Noruega, es el primero que argumenta que la Corriente del Golfo es el resultado del desvío de la Corriente Ecuatorial del norte al chocar con el continente. La primera descripción gráfica de la corriente del Golfo fue hecha por William Gerard De Brahm en 1764, sin embargo, fue Benjamín Franklin (Garrison, 2006) quien hizo mediciones de temperatura superficial a lo largo de la corriente y realizó observaciones sobre los efectos del viento en cuerpos de agua someros, especulando de que eran los vientos quienes apilaban el agua en el continente y por presión originaban la fuerte Corriente del Golfo.

Importancia del Giro del Atlántico norte

La importancia climática del Giro del Atlántico norte radica en las propiedades físicas del agua del océano, en particular del calor específico en su estado líquido, el cual se define como la cantidad de calor que hay que suministrar a una unidad de masa para elevar su temperatura una unidad. Resulta que el calor específico del agua es de los más altos de la naturaleza, lo que se traduce en que hay que suministrar una gran cantidad de energía para elevar su temperatura, esto es, si dejamos un recipiente con agua y una barra de acero a la luz del sol (en un día muy caluroso y en el desierto) durante algunas horas, el agua se calentará un poco, pero la barra de acero se calentará tanto que es probable que nos quememos si la agarramos. Del

mismo modo si alejamos el recipiente con agua y la barra de metal de la luz del sol notaremos que la barra de metal se enfría rápidamente, mientras que el agua tardará mucho tiempo más. Esta propiedad permite que el agua del Golfo de México conserve su temperatura alta cuando se desplaza hacia el noreste llevando estas aguas cálidas a regiones más frías, regulando así la temperatura tanto del océano como de la atmósfera. Hay que notar que la cantidad de agua que transporta esta corriente es de unos 80 millones de metros cúbicos por segundo (Garrison, 2006), así que, la cantidad de energía térmica que transporta es enorme, de hecho, al ser el agua más densa que el aire el océano transporta más energía que la atmósfera.

El efecto Coriolis

En mecánica clásica usualmente se estudia la fuerza de Coriolis sobre objetos a escalas no muy grandes, como puede ser la desviación en la trayectoria de un proyectil o el péndulo de Foucault, en donde el efecto se reduce sólo a pequeñas perturbaciones, sin embargo, a escalas mayores como en los fluidos geofísicos, la fuerza de Coriolis tiene efectos dominantes. El efecto Coriolis consiste en una aparente fuerza que modifica la trayectoria de un cuerpo al moverse en un marco de referencia en rotación (Salmon, 1998). En un fluido geofísico su velocidad se ve afectada por la rotación de la Tierra, donde el cambio en las componentes u y v de la velocidad está dado por:

$$\frac{du}{dt} = fvy \quad \frac{dv}{dt} = -fu,$$

donde f se le denomina el parámetro de Coriolis y se define como $f = 2\Omega \sin(\phi)$, siendo ϕ la latitud geográfica y Ω la velocidad de rotación de la Tierra. Lo primero a notar es

que si $\phi=0$ el efecto de Coriolis desaparece, ya que el $\text{sen}(\phi)=0$. Nótese además que debajo de la línea ecuatorial los valores $\text{sen}(\phi)$ son negativos. Todo lo anterior físicamente significa que cuando se tiene una boya en el hemisferio norte y se impulsa hacia el oeste, entonces, la trayectoria de la boya se verá deflectada en todo momento hacia la derecha de su trayectoria y en contraparte si la boya se encuentra en el hemisferio sur y es impulsada nuevamente hacia el oeste, ésta se desviará hacia la izquierda de su movimiento, finalmente si la boya está exactamente en el ecuador y es lanzada hacia el oeste ésta seguirá en línea recta (Figura 4).

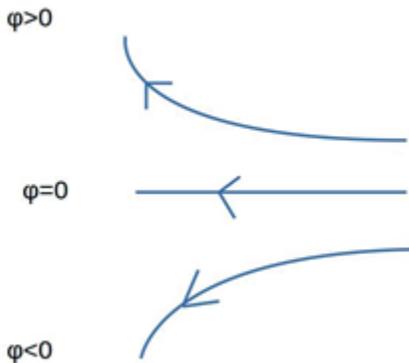


Figura 4. Trayectoria de una boya dependiendo su latitud

Planteando el problema

De las observaciones hechas por los navegantes surgen entonces las siguientes preguntas:

- ¿Por qué se hace un giro?
- ¿Por qué en la frontera oeste la corriente es más rápida y transporta más agua?

Para contestar lo anterior enumeremos también las herramientas con las que con-

taba Stommel para proponer su modelo:

- Un registro de la dirección de los vientos,
- la certeza de la rotación de la Tierra,

Ahora imaginemos un océano rectangular y cerrado, en el cual existen vientos con direcciones opuestas y en latitudes contrapuestas, entonces, habrá también un arrastre opuesto, o, corrientes opuestas, generando así un giro como lo podemos ver en la figura 6.

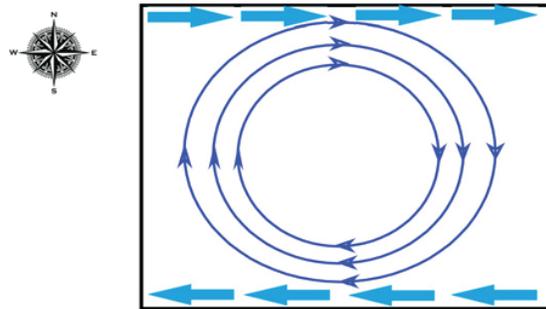


Figura 6. Viento hacia el este y viento hacia el oeste provocando un giro

Sobre el Atlántico norte y cerca del Ecuador hay vientos que soplan de este a oeste a los cuales se les llama vientos Alisios. En latitudes altas los vientos soplan de oeste a este, los llamados vientos del oeste. Entonces, son los vientos mencionados (los Alisios y los del oeste) los que producen el Giro del Atlántico norte.

Antecedentes matemáticos

Sea $\vec{V} = u(x, y, t)\hat{i} + v(x, y, t)\hat{j}$ un campo vectorial, entonces, la divergencia (∇) de \vec{V} será

$$\nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

Ahora supongamos que

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0. \quad (1)$$

Entonces, se garantiza la existencia de una función $\psi(x,y,t)$ que cumple con

$$u(x,y) = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad v(x,y) = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (2)$$

dicha función recibe el nombre de función corriente y este nombre es porque cuando lo anterior sucede, es decir, cuando la divergencia de \vec{V} es cero, entonces, el campo de velocidades permanece en todo instante tangente a $\psi(x,y,t)$. Esta función corriente entonces nos dirá las trayectorias de las partículas del fluido que estamos estudiando y es lo que buscó Stommel con su modelo.

Las Ecuaciones de Navier-Stokes

La segunda ley de Newton para una partícula está dada por

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (3)$$

donde \vec{a} es la aceleración de la partícula, m es la masa de la partícula y \vec{F} es la fuerza que se le aplica a la partícula. Lo que nos dice esta segunda ley es que la aceleración es proporcional a la fuerza que se le aplica, esto es que a mayor fuerza mayor aceleración e inversamente proporcional a la masa, es decir, si hay más masa y se mantiene la misma fuerza, la aceleración va a ser menor. Por otro lado, para un fluido, que no se comporta como una partícula y que se conforma tanto de variables dinámicas como termodinámicas esta segunda ley de Newton debe de contemplar, i) la continuidad de la masa, es decir, que la masa no se pierda ni se cree conforme el fluido se mueve. ii) La conservación de momentos, la cual se refiere a que si no hay fuerzas externas, la cantidad total de movimiento del fluido debe permanecer constante durante todo el trayecto. iii) la advección que es el transporte de las pro-

iedades del fluido, que pueden ser termodinámicas como calor, salinidad o de otro tipo como los contaminantes. Así que para un fluido en movimiento está segunda ley es un conjunto acoplado de ecuaciones diferenciales parciales denominadas las ecuaciones de Navier-Stokes y están dadas por

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \rho \vec{F} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad \nabla \cdot \vec{V} = 0. \quad (4)$$

Donde ρ es la densidad del agua, p es la presión sobre la superficie del océano, \vec{F} son las fuerzas puntuales y μ la viscosidad del fluido. Vemos entonces que también cumple que cambio de velocidad es proporcional a las diferentes fuerzas que se le aplican a un volumen determinado.

La aproximación de Stommel

El modelo se plantea para reproducir la circulación del Atlántico norte, pero sobre todo Stommel tiene la intención de explicar el mecanismo físico que da origen y desarrollo a la corriente del Golfo, es decir, al apiñamiento de las líneas de corriente en la frontera oeste del océano. Stommel utiliza las siguientes premisas para su modelo (Stommel 1948):

- Geométricamente propone un océano cúbico similar al Atlántico norte en sus dimensiones, este océano estará confinado en un cubo quedando la superficie libre.
- El viento ejerce un forzamiento sobre la superficie que, a su vez, produce un gradiente de presión sobre el flujo.
- Toma en cuenta el efecto Coriolis.
- Aproxima al fondo del océano como plano.

- Introduce una fuerza de fricción como término disipativo.

Veamos entonces estas premisas en lenguaje matemático:

Así pues, el océano cúbico de medidas $x=\lambda, y=b, z=D$ lo podemos representar por siguiente dominio (Malek, 2012):

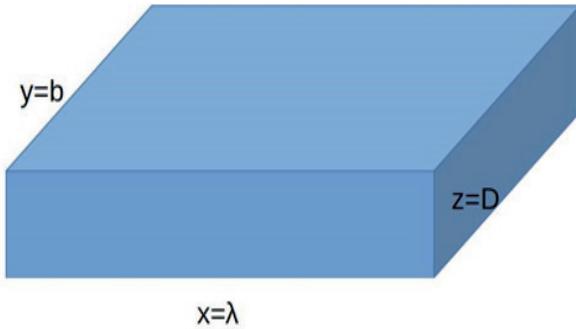


Figura 7. Océano propuesto por Stommel

- Para simular la acción de los vientos Stommel propone la función $-F \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ (Stommel, 1948) donde podemos observar que al ser $y=0$ ($\cos(0)=1$) implica que los vientos se desplacen de este a oeste sobre la frontera sur, es decir, la fuerza, $-F$, es máxima y hacia el oeste en el ecuador. Por otro lado si $y=b$ ($\cos(\pi) = -1$) entonces la fuerza, F , es máxima y hacia el este sobre la frontera norte del océano, aquí entonces la dirección del viento cambia a una dirección opuesta que en el ecuador (Figura 6).
- La fuerza de fricción estará dada por $R\vec{V}$ donde R es el coeficiente de fricción.
- Por último, considerando un estado estacionario, es decir, que no hay aceleración, y tomando en cuenta que $\mu \nabla^2 \vec{V} \ll 1$ las ecuaciones de Navier-Stokes escritas en sus componentes quedan como:

$$0 = fDv - F \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right), \quad (5)$$

$$0 = -fDu - Rv - gD \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial Du}{\partial x} + \frac{\partial Dv}{\partial y} = 0 \quad (7)$$

Ahora, haciendo una serie de derivadas cruzadas, agrupando términos, sumando las componentes (5) con (6) y finalmente sustituyendo en (7) se obtiene la siguiente ecuación

$$v(D+h) \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) + \left(\frac{F\pi}{b}\right) \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b}\right) + R \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}\right) = 0. \quad (8)$$

Es entonces en la ecuación (8) donde podemos ver a la fuerza de Coriolis afectando a la componente v de la velocidad. En este momento hacemos uso de la función corriente, $u(x, y) = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ y $v(x, y) = \frac{\partial \psi}{\partial x}$, para re-escribir la ecuación (8) de la siguiente forma:

$$\nabla^2 \psi + \alpha \frac{\partial \psi}{\partial x} = \gamma \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b}\right). \quad (9)$$

Finalmente la ecuación (9) es la ecuación de gobierno o ecuación dictaminante, es decir, es la ecuación a resolver y la que nos proporcionará las líneas de corriente. Las condiciones de frontera que se le imponen, son las siguientes:

$$\psi(0, y) = \psi(\lambda, y) = \psi(x, 0) = \psi(x, b) = 0. \quad (10)$$

Lo que significa, geoméricamente, es que las fronteras mismas del océano de Stommel son paralelas a las líneas de corriente, esto es, la corriente no atraviesa las fronteras.

Solución a la ecuación de gobierno

La solución de la ecuación (9), por separa-

ción de variables, se encuentra en artículo original de Stommel (Stommel, 1948; Maleck, 2012) y está dada por:

$$\psi(x, y) = -\gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 [-1 + ke^{(m_1 x)} + (1 - k)ke^{(m_2 x)}] \text{sen}\left(\frac{\pi y}{b}\right).$$

Finalmente, podemos ya visualizar el comportamiento de la función corriente, para lo cual Stommel estableció los valores de los parámetros involucrados de la siguiente forma

1. Profundidad del océano, $D = 200$ m,
2. longitud, $\lambda = 10,000$ km,
3. latitud, $b = 2\pi \times 10,000$ km,
4. coeficiente de fricción, $R = 0.02$,
5. forzamiento del viento, $\gamma = 1 \frac{\text{dina}}{\text{cm}^2}$.

Para la gráfica de la función corriente, ψ , (líneas de corriente), se utilizó el software de cómputo Octave (Figura 8).

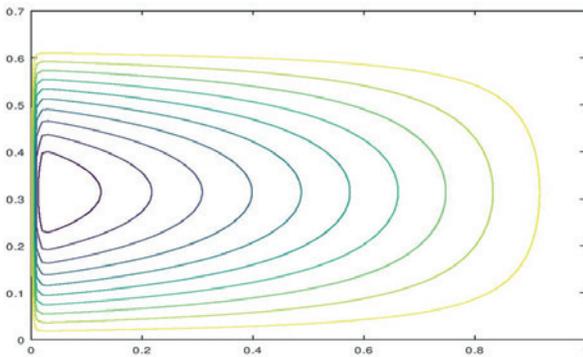


Figura 8. Apilamiento de las líneas de corriente

En la Figura 8, se aprecia como se simula la circulación del Atlántico norte y podemos observar como se reproduce el aumento de flujo en la frontera oeste del océano. Stommel así explica, por primera vez, que ese aumento de flujo se debe a la acción del efecto Coriolis sobre las partículas de agua. Por otro lado, usando las relaciones de la ecuación (2), esto es, si se deriva la función corriente con respecto a

x y con respecto a y de manera separada se encuentran las componentes de la velocidad del fluido v y u respectivamente,

$$u(x, y) = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \gamma \left(\frac{b}{\pi}\right) \left[-1 + \frac{e^{m_2 x} - 1}{e^{m_2 x} - e^{m_1 x}} e^{m_1 x} + \frac{1 - e^{m_1 x}}{e^{m_2 x} - e^{m_1 x}} e^{m_2 x}\right] \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right),$$

$$v(x, y) = \frac{-\partial \psi}{\partial x} = \gamma \left(\frac{b}{\pi}\right)^2 \left[-1 + \frac{e^{m_2 x} - 1}{e^{m_2 x} - e^{m_1 x}} m_1 e^{m_1 x} + \frac{1 - e^{m_1 x}}{e^{m_2 x} - e^{m_1 x}} m_2 e^{m_2 x}\right] \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right),$$

(11)

En la figura 9 se aprecia como la velocidad del fluido en la frontera oeste es considerablemente mayor que en el resto del océano de Stommel.

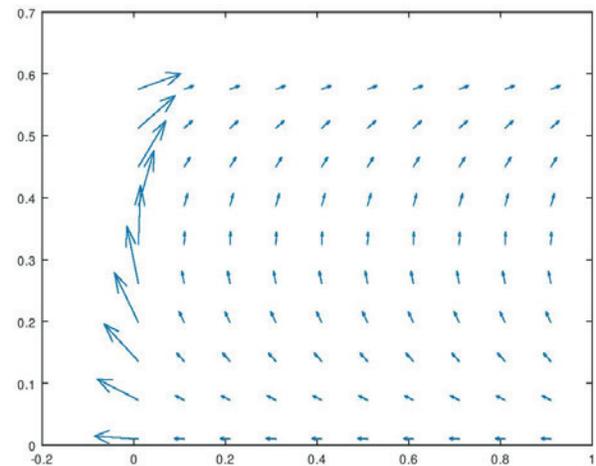


Figura 9. Campo de velocidades asociado a la función corriente.

Conclusiones

Para un acercamiento a la física del océano el modelo de Stommel es un ejemplo claro de cómo usar el lenguaje matemático para interpretar fenómenos físicos, se aprecia como la inclusión correcta de los diferentes procesos explican y reproducen el comportamiento de la naturaleza. Este trabajo pretende también cubrir la escasez de material en lengua castellana, ya que, la difusión y una adecuada introducción a el estudio del océano es importante, sobre todo en un país como México que tie-

ne 231,813 de mar territorial y 11,122 km de litoral (INEGI).

Referencias

[1] Garrison, T (2006) *Essentials of Oceanography*. Fifth edition. Brooks/Cole Cengage Learning. Canada. 463 pp.

[2] Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). *Referencias geográficas y extensión territorial de México*. < inegi.org.mx >.

[3] Kämpf, J. (2009). *Ocean modelling for beginners*. Adelaide, Australia: Springer-Verlag.

[4] G. de la Laza-Espino y C. Cáceres-Márquez (1994) *Lagunas Costeras y el Litoral Mexicano*. UNAM-UABCS. 525 pp.

[5] Stommel, Henry. (1948). *The westward*

intensification of wind-driven ocean currents. American Geophysical Union. Vol. (29)3. 202-206.

[7] Vanderbrouk, F., Berthier, L., Gheusi, F. (2002). *Coriolis force in geophysics: an elementary introduction and examples*. ArXiv:physics. Vol(1). 1-6.

[6] Von Humboldt, A. (1949). *Océano, atmósfera y geomagnetismo*. Buenos Aires, Argentina: Espasa-Calpe.

[8] Salmon, R. (1998). *Geophysical Fluid Dynamic*. New York.: Oxford University Press.

[9] Malek, R. (2012) *Physical Oceanographic, a mathematical introduction with Matlab*. Boca Raton, Florida.: CRC Press, Taylor and Francis Group.